



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Кафедра «Физика»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ФИЗИКЕ №1
для студентов заочной формы обучения
второй (весенний) семестр

Для направления: 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов
Профиль: Инженерно-техническое обеспечение полетов летательных аппаратов

Ростов-на-Дону

2024

УДК 530.1

Составители: Т.С. Беликова

Методические указания по выполнению контрольной работы по физике №1 во втором (весеннем) семестре для студентов заочной формы обучения/ сост. Т.С. Беликова – Ростов-на-Дону: Донской гос. тех. ун-т, 2024. – 47 с.

Методические указания содержат рекомендации по выполнению контрольной работы по дисциплине «Физика» №1 во втором (весеннем) семестре для студентов, обучающихся по направлению подготовки 25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов, профиль Инженерно-техническое обеспечение полетов летательных аппаратов; необходимую для выполнения работы краткую теорию; условия заданий контрольной работы; примеры выполнения заданий.

УДК 530.1

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Физика»
д-р физ.-мат. наук, проф. А.В.Благин

В печать _____
Формат 60×84/16. Объем _____ усл. п. л.
Тираж 50 экз. Заказ № _____

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2024

Введение

Контрольная работа №1 по физике для студентов первого курса заочной формы обучения – это обязательный вид самостоятельной работы, предполагающий выполнение **шести многоэтапных физических заданий**, проведение расчетов и построение графиков зависимостей физических величин. Задания контрольной работы содержат все разделы физики, изучаемые во втором семестре.

Каждое из шести заданий начинается с краткой теории, содержащей все необходимые определения, формулы и законы по теме [1]. Далее идут формулировки заданий с таблицами с вариантами. В каждом из шести заданий разработано по 40 вариантов, что обеспечивает возможность выполнения каждым студентом индивидуальной работы. **Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в списке группы (см. электронный журнал, <https://edu.donstu.ru>)**. В каждом из шести заданий приведен пример его выполнения.

Правила оформления контрольной работы

1. КР выполняется в тетради в клетку.
2. К обложке тетради приклеивается титульный лист установленного образца с заполненными данными студента (см. Приложение 1).
3. КР выполняется от руки разборчивым почерком и не должна содержать исправлений.
4. Рисунки выполняются только с использованием простого карандаша, линейки, циркуля.
5. Графики строятся только с использованием простого карандаша и линейки. Площадь поля каждого графика должна быть не менее 10 см×12 см.
6. На осях координат должны быть указаны физические величины и единицы их измерения; масштаб наносится на оси с постоянным шагом.
7. Точки наносятся на поле чертежа без указания их на координатных осях и проведения каких-либо штриховых линий. Затем точки соединяются плавной линией, соответствующей графическому изображению той функции (линейной, квадратичной, экспоненциальной и т.д.), которая отражает проявляющуюся в данном опыте известную или предполагаемую физическую закономерность, выраженную в виде соответствующей формулы.
8. Если на одном поле располагаются несколько графиков, то каждый из них должен быть подписан.

Задание 1. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ

Краткая теория

Полное ускорение материальной точки при криволинейном движении (рис. 1):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \quad [a] = 1 \text{ м/с}^2.$$

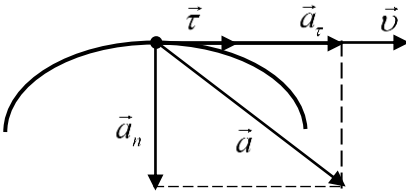


Рис. 1

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости криволинейного движения по величине,

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости криволинейного движения по направлению,

$$\vec{a}_n = v \frac{d\vec{\tau}}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории.

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad [\omega] = 1 \text{ рад/с}.$$

Направление вектора угловой скорости определяется по правилу правого винта: вектор угловой скорости сонаправлен с поступательным движением винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности.

Угловое ускорение характеризует изменение угловой скорости с течением времени и определяется как первая производная угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt}, \quad [\varepsilon] = 1 \text{ рад/с}^2.$$

При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен с $\vec{\omega}$, при замедленном – вектора $\vec{\varepsilon}$ направлен противоположно вектору $\vec{\omega}$.

Связь между кинематическими характеристиками:

$$v = \omega \cdot R, \quad a_{\tau} = R \cdot \varepsilon, \quad a_n = \omega^2 \cdot R.$$

Условие задания

Диск радиуса $R = 10 \text{ см}$ вращается вокруг вертикальной оси так, что уравнение его движения имеет вид $\varphi(t) = A + Bt^2$, рад (на рис. 2 и 3 приведены две проекции вращающегося диска). Коэффициенты A, B для каждого варианта задаются в табл. 1. Время $t_1 = 0$, $t_2 = 4 \text{ с}$.

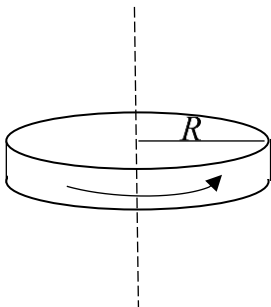


Рис. 2

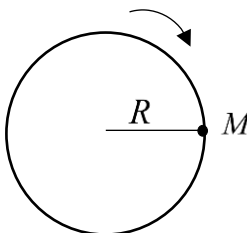


Рис. 3

1. Построить график зависимости $\varphi(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $\Delta t = 0,5 \text{ с}$). Координаты точек для построения графика заносить в табл. 2.
2. Получить выражение для угловой скорости $\omega(t)$.
3. Построить график зависимости $\omega(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $\Delta t = 0,5 \text{ с}$).
4. Получить выражение для углового ускорения $\varepsilon(t)$.
5. Построить график зависимости $\varepsilon(t)$ в интервале от t_1 до t_2 (точки для построения выбирать с шагом $\Delta t = 0,5 \text{ с}$).

6. Указать на рис. 2 направления векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ для момента времени $t = 2 \text{ с}$.
7. Для точки, лежащей на ободу диска, вычислить значения линейной скорости v , нормального a_n , тангенциального a_τ и полного ускорения a в момент времени $t = 2 \text{ с}$.
8. На рис. 3 указать направления векторов \vec{v} , \vec{a}_n , \vec{a}_τ , \vec{a} для момента времени $t = 2 \text{ с}$.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	$A, \text{рад} / \text{с}$	$B, \text{рад} / \text{с}^2$	вариант	$A, \text{рад} / \text{с}$	$B, \text{рад} / \text{с}^2$
1	0,5	1,3	21	0,5	5,0
2	1,5	1,3	22	1,5	5,0
3	2,0	1,3	23	2,0	5,0
4	2,5	1,3	24	2,5	5,0
5	0,5	2,2	25	0,5	1,0
6	1,5	2,2	26	1,5	1,0
7	2,0	2,2	27	2,0	1,0
8	2,5	2,2	28	2,5	1,0
9	0,5	2,2	29	0,5	2,5
10	1,5	2,2	30	1,5	2,5
11	0,5	1,2	31	0,5	1,2
12	1,5	1,2	32	1,5	1,2
13	2,0	1,2	33	2,0	2,0
14	2,5	1,2	34	2,5	2,0
15	0,5	2,0	35	0,3	1,3
16	1,5	2,0	36	1,7	1,3
17	2,0	4,0	37	2,2	1,3
18	2,5	4,0	38	2,5	1,3
19	0,5	4,0	39	0,8	2,2
20	1,5	4,0	40	1,3	2,2

Таблица 2. Данные для построения графиков $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$

t, c	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$\varphi, рад$									
$\omega, рад/c$									
$\varepsilon, рад/c^2$									

Пример выполнения задания 1

Диск радиуса $R = 1\text{ м}$ вращается вокруг вертикальной оси так, что уравнение его движения имеет вид $\varphi(t) = A + Bt^2$, рад, где $A = 1\text{ рад}$, $B = 2\text{ рад}/c^2$. Время $t_1 = 0$, $t_2 = 4\text{ с}$.

Решение

Дано:

$$\varphi(t) = A + Bt^2$$

$$A = 1\text{ рад}$$

$$B = 2\text{ рад}/c^2$$

$$R = 1\text{ м}$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 4\text{ с}$$

$$\Delta t = 0,5\text{ с}$$

1. Определим координаты точек для построения графика, $\varphi(t) = A + Bt^2$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4\text{ с}$ с шагом $\Delta t = 0,5\text{ с}$:

$$t = 0, \quad \varphi_1 = 1 + 2 \cdot 0 = 1\text{ рад},$$

$$t = 0,5\text{ с}, \quad \varphi_2 = 1 + 2 \cdot 0,5^2 = 1,5\text{ рад},$$

$$t = 1\text{ с}, \quad \varphi_3 = 1 + 2 \cdot 1^2 = 3\text{ рад},$$

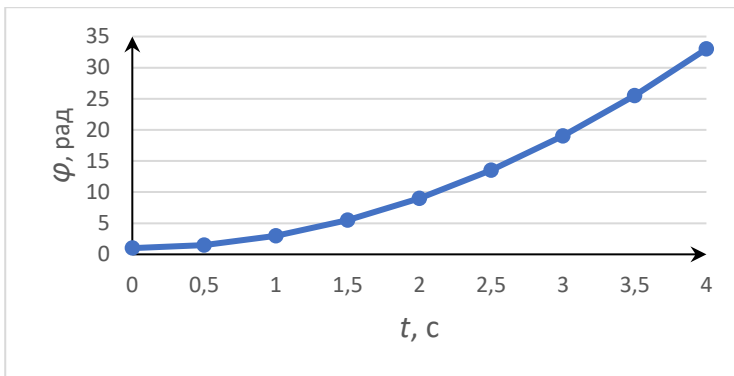
$$t = 1,5\text{ с}, \quad \varphi_4 = 1 + 2 \cdot 1,5^2 = 5,5\text{ рад},$$

$$t = 2\text{ с}, \quad \varphi_5 = 1 + 2 \cdot 2^2 = 9\text{ рад},$$

$$t = 2,5\text{ с}, \quad \varphi_6 = 1 + 2 \cdot 2,5^2 = 13,5\text{ рад} \text{ и т. д.}$$

Значения φ_i , необходимых для построения графика $\varphi(t)$, заносим в табл. 3.

График зависимости угла поворота вращающегося тела от времени $\varphi(t)$.



2. Угловая скорость, $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2Bt, \text{ рад/с}$.

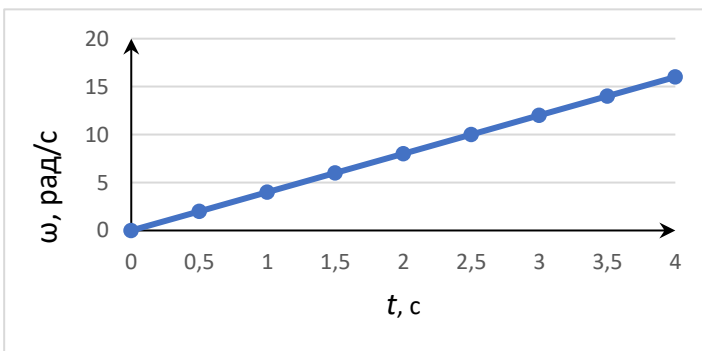
3. Определим координаты точек для построения графика, $\omega(t) = 2Bt$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t_1 = 0$ с шагом $\Delta t = 0,5 \text{ c}$:

$$t = 0, \quad \omega_1 = 2 \cdot 2 \cdot 0 = 0,$$

$$t = 0,5 \text{ c}, \quad \omega_2 = 2 \cdot 2 \cdot 0,5 = 2 \text{ рад/с},$$

$$t = 1 \text{ c}, \quad \omega_3 = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4 \text{ рад/с} \text{ и т. д. Результаты занести в табл. 3.}$$

График зависимости угловой скорости вращающегося тела от времени $\omega(t)$.

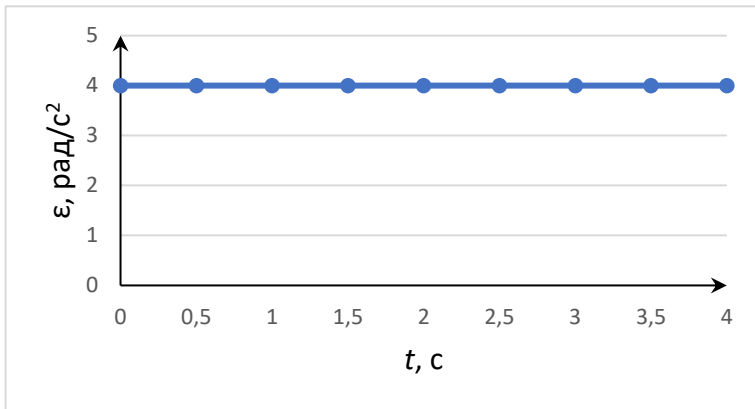


4. Угловое ускорение $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2B, \text{ рад}/\text{с}^2$.

5. Определим координаты точек для построения графика, $\varepsilon(t) = 2B$ в интервале от $t_1 = 0$ до $t_2 = 4 \text{ с}$ с шагом $\Delta t = 0,5 \text{ с}$:

$$\varepsilon = 2 \cdot 2 = 4 \text{ рад}/\text{с}^2.$$

График зависимости углового ускорения от времени $\varepsilon(t)$.



6. Направления векторов $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ (рис. 4).

7. Линейная скорость $v = \omega \cdot R$, при $t = 2 \text{ с}$, $v = 8 \cdot 1 = 8 \text{ м}/\text{с}$;

нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$, при $t = 2 \text{ с}$, $a_n = \frac{8^2}{1} = 64 \text{ м}/\text{с}^2$;

тангенциальное ускорение $a_\tau = R \cdot \varepsilon$, при $t = 2 \text{ с}$, $a_\tau = 1 \cdot 4 = 4 \text{ м}/\text{с}^2$;

полное ускорение $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, при $t = 2 \text{ с}$, $a = \sqrt{4^2 + 64^2} = 64,12 \text{ м}/\text{с}^2$.

8. Направления векторов \vec{v} , \vec{a}_n , \vec{a}_τ , \vec{a} указаны на рис. 5.

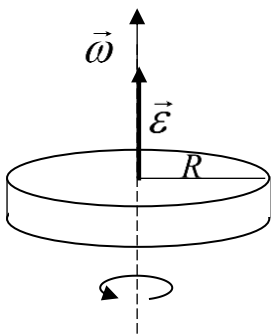


Рис. 4

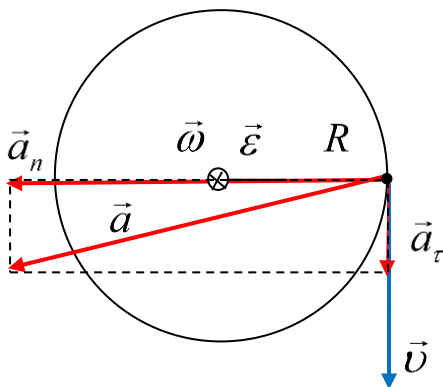


Рис. 5

Таблица 3. Данные для построения графиков $\varphi(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$.

t, c	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$\varphi, рад$	1	1,5	3	5,5	9	13,5	19	25,5	33
$\omega, рад/c$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$\varepsilon, рад/c^2$	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Задание 2. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Краткая теория

Движение тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью v_0 (рис. 1), можно считать равнозамедленным движением с ускорением свободного падения (если в условии задачи пренебрегают сопротивлением воздуха). В этом

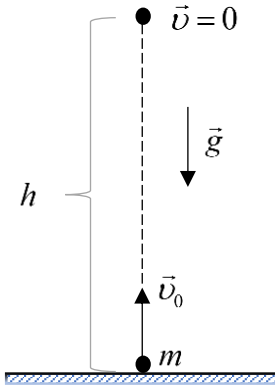


Рис. 1

случае вектор скорости тела направлена вверх, а вектор ускорения свободного падения – вниз.

Скорость тела v при движении вверх будет уменьшаться. Через некоторое время тело достигнет высшей точки подъема, в которой его скорость станет равна нулю.

Скорость и высота подъема тела при равнозамедленном движении вверх определяются формулами:

$$v = v_0 - gt, \quad (1)$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Кинетическая энергия поступательно движущегося тела:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad [E_k] = 1 \text{ Дж}. \quad (3)$$

Потенциальная энергия тела в поле тяготения Земли вблизи ее поверхности:

$$E_p = mgh, \quad [E_p] = 1 \text{ Дж}. \quad (4)$$

Полная механическая энергия тела равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_k + E_p. \quad (5)$$

Работа постоянной силы равна произведению силы на перемещение точки приложения силы и на косинус угла α между векторами \vec{F} и \vec{S} :

$$A = FS \cos \alpha, \quad [A] = 1 \text{ Дж}. \quad (6)$$

Условие задания

Тело массой m брошено с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью v_0 (см. рис. 1). Значение m и v_0 для различных вариантов приведены в табл. 1. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. Найти время t_{\max} , за которое тело достигнет высшей точки подъема.
2. Вычислить значения скорости тела v в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ с шагом $\Delta t = \frac{t_{\max}}{10}$. Результаты занести в табл. 2.
3. По результатам расчетов в п.2 построить график зависимости скорости тела от времени при равнозамедленном движении вверх $v(t)$.
4. Вычислить значения высоты подъема тела над поверхностью земли h в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ с шагом Δt . Результаты занести в табл. 2.
5. По результатам расчетов в п.4 построить график зависимости высоты подъема тела от времени при равнозамедленном движении вверх $h(t)$.
6. Вычислить значения кинетической энергии тела E_k в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ с шагом Δt . Результаты занести в табл. 2.
7. Вычислить значения потенциальной энергии тела E_p в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ с шагом Δt . Результаты занести в табл. 2.
8. Вычислить значения полной механической энергии тела E в интервале времени $0 \leq t \leq t_{\max}$ с шагом Δt . Результаты занести в табл. 2.
9. В одних координатных осях построить графики $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.
10. Вычислить работу, совершаемую силой тяжести, при движении тела от уровня земли до наивысшей точки подъема.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	$m, кг$	$v_0, \frac{м}{с}$	вариант	$m, кг$	$v_0, \frac{м}{с}$
1	1,2	21	21	1,7	34
2	1,4	22	22	2,3	33
3	1,6	23	23	2,5	32
4	1,8	24	24	2,7	31
5	2,2	25	25	2,9	30
6	2,4	26	26	3,1	29
7	2,6	27	27	3,3	28
8	2,8	28	28	3,5	27
9	3,2	29	29	3,7	26
10	3,4	30	30	4,1	25
11	3,6	31	31	4,3	24
12	3,8	32	32	4,5	23
13	4,2	33	33	4,7	22
14	4,4	34	34	5,0	21
15	4,6	35	35	1,7	24
16	4,8	36	36	2,3	25
17	5,0	30	37	2,6	26
18	1,1	37	38	2,2	27
19	1,3	36	39	2,3	28
20	1,5	35	40	3,3	29

Таблица 2. Данные для построения графиков $v(t)$, $h(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$

$t, с$											
$v, \frac{м}{с}$											
$h, м$											
$E_k, Дж$											
$E_p, Дж$											
$E, Дж$											

Пример выполнения задания 2

Тело массой $m = 2 \text{ кг}$ брошено с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (см. рис. 1). Силой сопротивления воздуха пренебречь. Принять ускорение свободного падения равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Решение

Дано

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t_{\max} - ?$$

$$v(t), h(t),$$

$$E_k(t), E_p(t),$$

$$E(t).$$

1. Определим время t_{\max} , за которое тело достигнет высшей точки подъема.

Согласно формуле (1), скорость тела при равнозамедленном движении вверх

$$v = v_0 - gt.$$

Следовательно,

$$t = \frac{v_0 - v}{g}.$$

Т.к. в высшей точке подъема скорость тела $v = 0$, то

$$t_{\max} = \frac{v_0}{g}, \quad t_{\max} = \frac{20}{10} = 2 \text{ с}.$$

2. Вычислим значения скорости тела v в интервале времени $0 \leq t \leq 2 \text{ с}$ с

шагом $\Delta t = \frac{t_{\max}}{10}$, $\Delta t = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ с}$.

$$t_1 = 0, \quad v_1 = v_0 - gt_1, \quad v_1 = 20 - 10 \cdot 0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

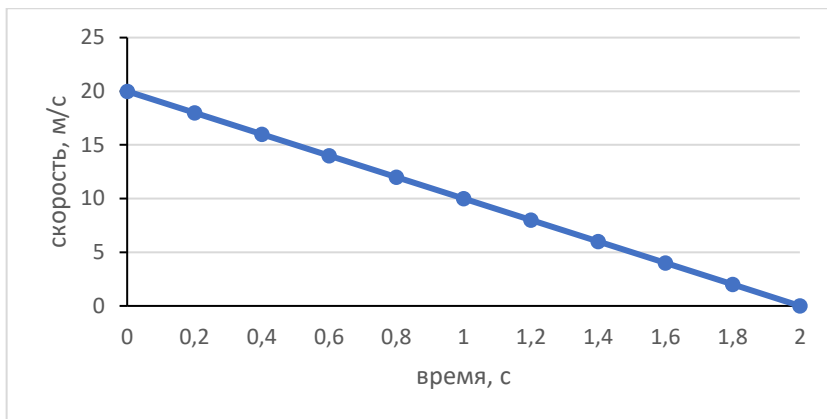
$$t_2 = 0,2 \text{ с}, \quad v_2 = v_0 - gt_2, \quad v_2 = 20 - 10 \cdot 0,2 = 18 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$t_3 = 0,4 \text{ с}, \quad v_3 = v_0 - gt_3, \quad v_3 = 20 - 10 \cdot 0,4 = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$t_4 = 0,6c, \quad v_4 = v_0 - gt_4, \quad v_4 = 20 - 10 \cdot 0,6 = 14 \text{ м/с} \quad \text{и т.д.}$$

Результаты занести в табл. 3.

3. График зависимости скорости тела от времени при равнозамедленном движении вверх $v(t)$.



4. Значения высоты подъема тела над поверхностью земли h (формула 2) в интервале времени $0 \leq t \leq 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2c$.

$$t_1 = 0, \quad h_1 = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \quad h_1 = 20 \cdot 0 - \frac{10 \cdot 0}{2} = 0;$$

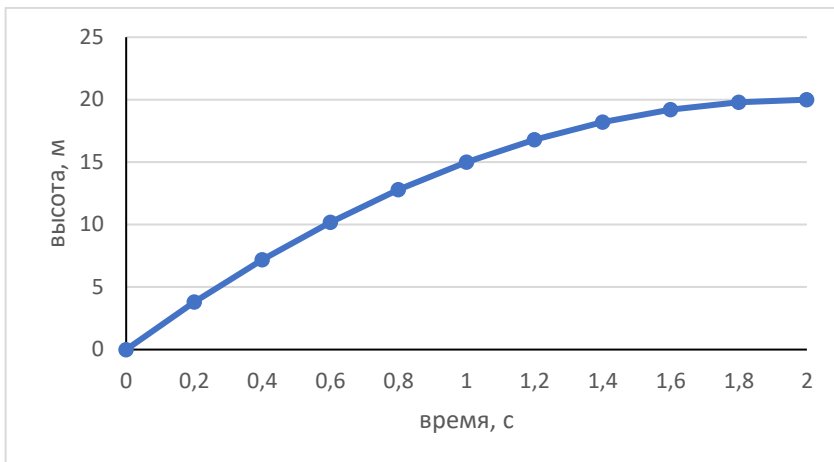
$$t_2 = 0,2c, \quad h_2 = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \quad h_2 = 20 \cdot 0,2 - \frac{10 \cdot 0,2^2}{2} = 3,8 \text{ м};$$

$$t_3 = 0,4c, \quad h_3 = v_0 t_3 - \frac{gt_3^2}{2}, \quad h_3 = 20 \cdot 0,4 - \frac{10 \cdot 0,4^2}{2} = 7,2 \text{ м};$$

$$t_4 = 0,6c, \quad h_4 = v_0 t_4 - \frac{gt_4^2}{2}, \quad h_4 = 20 \cdot 0,6 - \frac{10 \cdot 0,6^2}{2} = 10,2 \text{ м} \quad \text{и т.д.}$$

Результаты занести в табл. 3.

5. График зависимости высоты подъема тела от времени при равнозамедленном движении вверх $h(t)$.



6. Значения кинетической энергии тела E_k (формула 3) в интервале времени $0 \leq t \leq 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2 c$.

$$t_1 = 0, \quad E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}, \quad E_{k1} = \frac{2 \cdot 20^2}{2} = 400 \text{ Дж};$$

$$t_2 = 0,2c, \quad E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2}, \quad E_{k2} = \frac{2 \cdot 18^2}{2} = 324 \text{ Дж};$$

$$t_3 = 0,4c, \quad E_{k3} = \frac{mv_3^2}{2}, \quad E_{k3} = \frac{2 \cdot 16^2}{2} = 256 \text{ Дж};$$

$$t_4 = 0,6c, \quad E_{k4} = \frac{mv_4^2}{2}, \quad E_{k4} = \frac{2 \cdot 14^2}{2} = 196 \text{ Дж} \quad \text{и т.д.}$$

Результаты занести в табл. 3.

7. Значения потенциальной энергии тела E_p (формула 4) в интервале времени $0 \leq t \leq 2c$ с шагом $\Delta t = 0,2 c$.

$$\begin{aligned}
t_1 = 0, \quad E_{p1} &= mgh_1, \quad E_{p1} = 2 \cdot 10 \cdot 0 = 0; \\
t_2 = 0,2 \text{ с}, \quad E_{p2} &= mgh_2, \quad E_{p2} = 2 \cdot 10 \cdot 3,8 = 0 = 76 \text{ Дж}; \\
t_3 = 0,4 \text{ с}, \quad E_{p3} &= mgh_3, \quad E_{p3} = 2 \cdot 10 \cdot 7,2 = 0 = 144 \text{ Дж}; \\
t_4 = 0,6 \text{ с}, \quad E_{p4} &= mgh_4, \quad E_{p4} = 2 \cdot 10 \cdot 10,2 = 204 \text{ Дж} \quad \text{и т.д.}
\end{aligned}$$

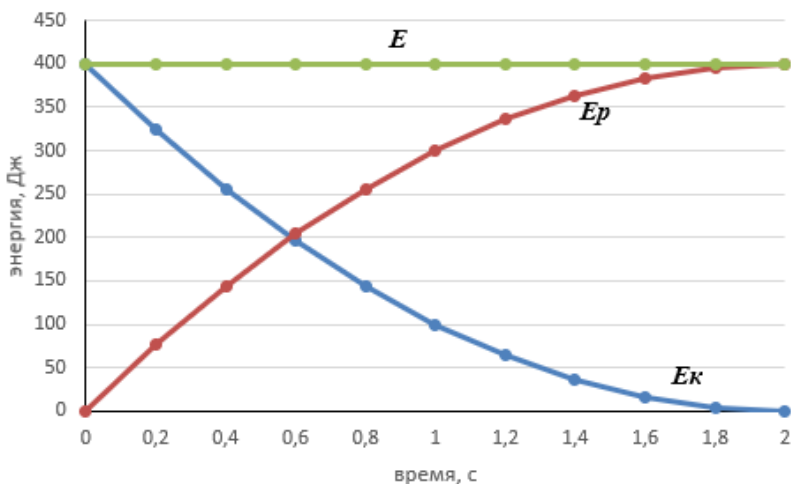
Результаты занести в табл. 3.

8. Значения полной механической энергии тела E (формула 5) в интервале времени $0 \leq t \leq 2 \text{ с}$ с шагом $\Delta t = 0,2 \text{ с}$.

$$\begin{aligned}
t_1 = 0, \quad E_1 &= E_{\kappa 1} + E_{p1}, \quad E_1 = 400 + 0 = 400 \text{ Дж}; \\
t_2 = 0,2 \text{ с}, \quad E_2 &= E_{\kappa 2} + E_{p2}, \quad E_2 = 324 + 76 = 400 \text{ Дж}; \\
t_3 = 0,4 \text{ с}, \quad E_3 &= E_{\kappa 3} + E_{p3}, \quad E_3 = 256 + 144 = 400 \text{ Дж}; \\
t_4 = 0,6 \text{ с}, \quad E_4 &= E_{\kappa 4} + E_{p4}, \quad E_4 = 196 + 204 = 400 \text{ Дж} \quad \text{и т.д.}
\end{aligned}$$

Результаты занести в табл. 3.

9. Графики зависимости $E_{\kappa}(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.



10. Работа A (формула 6), совершаемая силой тяжести, при движении тела от уровня земли до высшей точки подъема,

$$A = mgh_{\max} \cos \alpha ,$$

$$A = 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \cos 180^0 = -400 \text{ Дж} .$$

Таблица 3. Данные для построения графиков $v(t)$, $h(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$

t, c	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$v, \text{м/с}$	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
$h, \text{м}$	0	3,8	7,2	10,2	12,8	15	16,8	18,2	19,2	19,8	20
$E_k, \text{Дж}$	400	324	256	196	144	100	64	36	16	4	0
$E_p, \text{Дж}$	0	76	144	204	256	300	336	364	384	396	400
$E, \text{Дж}$	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400

Задание 3. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ ТЕЛА

Краткая теория

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения:

$$J = mr^2, [J] = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент инерции – аддитивная величина, т. е. момент инерции системы тел относительно некоторой неподвижной оси равен сумме моментов инерции отдельных тел или частей системы относительно этой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i.$$

Говорить о моменте инерции, не привязывая его к конкретной оси, бессмысленно.

Моменты инерции однородных тел симметричной формы относительно оси, проходящей через центр масс (рис. 1)

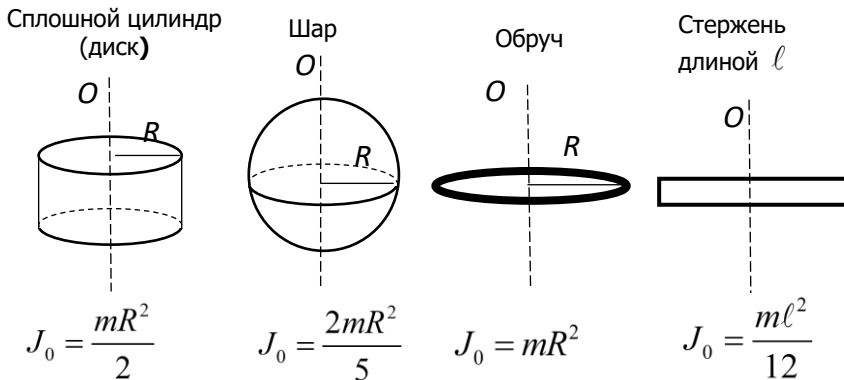


Рис. 1

Если ось вращения не проходит через центр масс тела, то момент инерции тела относительно этой оси, определяется по *теореме Штейнера*: момент инерции тела J относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела J_0

относительно оси, проведенной через центр масс тела параллельно данной оси, и произведения массы тела на квадрат расстояния d между этими осями,

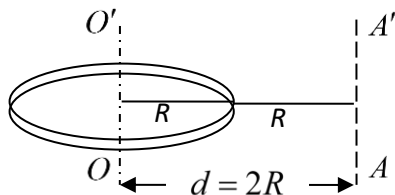


Рис. 2

$$J = J_0 + md^2.$$

Например, для обруча момент инерции относительно оси AA' (рис. 2) равен

$$J = mR^2 + m(2R)^2 = 5mR^2.$$

Условие задания

Система состоит из двух однородных симметричных тел правильной геометрической формы (варианты конфигураций тел и их параметры приведены в таблицах 1 и 2). Тела расположены так, что они соприкасаются в одной точке, а их центры масс лежат на одной горизонтальной оси (если в систему входит кольцо, оно располагается в горизонтальной плоскости).

1. Нарисовать рисунок, соответствующий конфигурации тел варианта задания (в качестве примера см. рис. 3).
2. Рассчитать момент инерции системы тел относительно оси, проходящей через точку соприкосновения тел перпендикулярно горизонтальной оси.

Таблица 1. Варианты заданий

вариант	конфигурация тел	вариант	конфигурация тел
1	AB	21	EA
2	AC	22	EB
3	AD	23	EC
4	AE	24	ED
5	AA	25	EE
6	BA	26	AB
7	BB	27	AC
8	BC	28	AD
9	BD	29	BC
10	BE	30	BD
11	CC	31	BE
12	CA	32	DC
13	CB	33	DD
14	CD	34	DE
15	CE	35	EC

16	DA	36	ED
17	DB	37	DA
18	DC	38	DB
19	DD	39	DC
20	DE	40	AB

Таблица 2. Параметры тел

тело		масса, m (кг)	радиус, R (м)
A	Сплошной цилиндр	2	0,2
B	Диск	4	0,1
C	Шар	5	0,3
D	Обруч	1	0,4
E	Стержень	3	длина $\ell = 0,2$ м

Пример выполнения задания 3

Пусть конфигурация тел – ED. Согласно табл. 2 тело E – стержень, тело D – обруч (рис. 3).

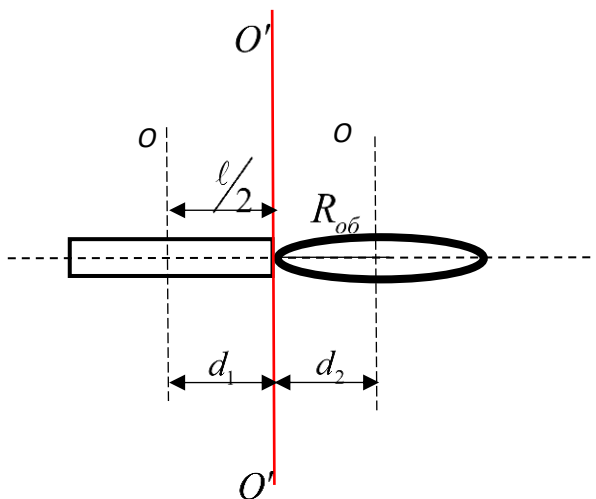


Рис. 3

Используя данные табл. 2, запишем: масса стержня $m_{cm} = 3 \text{ кг}$; масса обруча $m_{об} = 1 \text{ кг}$; длина стержня $\ell = 0,2 \text{ м}$; радиус обруча $R_{об} = 0,4 \text{ м}$.

2. Рассчитаем момент инерции системы тел ED относительно оси $O'O'$.

Т.к. момент инерции системы тел относительно некоторой неподвижной оси равен сумме моментов инерции отдельных тел системы относительно этой оси, то можно записать:

$$J = J_{cm} + J_{об} .$$

По теореме Штейнера момент инерции относительно оси $O'O'$:

– стержня

$$J_{cm} = J_0 + m_{cm} d_1^2 = \frac{m_{cm} \ell^2}{12} + m_{cm} \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 ,$$

$$J_{cm} = \frac{3 \cdot 0,2^2}{12} + 3 \cdot \left(\frac{0,2}{2} \right)^2 = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 ;$$

– обруча

$$J_{об} = J_0 + m_{об} d_2^2 = m_{об} R_{об}^2 + m_{cm} R_{об}^2 = 2m_{об} R_{об}^2 ,$$

$$J_{об} = 2 \cdot 1 \cdot 0,4^2 = 0,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

Окончательно, момент инерции системы тел ED относительно оси $O'O'$ равен:

$$J = J_{cm} + J_{об} ,$$

$$J = 0,04 + 0,32 = 0,36 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 .$$

ОТВЕТ: $J = 0,36 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Задание 4. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Краткая теория

Гармоническими называют колебания, при которых изменение некоторой величины x происходит по закону синуса или косинуса:

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Рассмотрим материальную точку, совершающую гармонические колебания около положения равновесия. В этом случае:

x – смещение – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в момент времени t ; A – амплитуда колебаний – максимальное смещение от положения равновесия; $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза колебаний – величина, определяющая положение колеблющейся точки в любой момент времени t ; φ_0 – начальная фаза колебаний, определяет значение x в начальный момент времени ($t = 0$);

ω_0 – циклическая частота, равна числу колебаний за время 2π (единиц времени),

$\omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$; T – период – это время, за которое совершается одно полное колебание; ν – частота, равна числу колебаний, совершаемых за единицу времени.

Связь между частотой и периодом: $T = \frac{1}{\nu}$.

Скорость при гармонических (синусоидальных) колебаниях определяется как первая производная смещения по времени:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Максимальное значение скорости: $v_{\max} = A\omega_0$.

Ускорение при гармонических колебаниях:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Знак минус в этом выражении означает, что ускорение всегда имеет знак, противоположный знаку смещения, и, следовательно, по второму закону Ньютона,

сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия ($x = 0$).

Максимальное значение ускорения:

$$a_{\max} = A\omega_0^2.$$

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити (рис. 1).

В случае малых колебаний (при углах отклонения α не более $15^\circ \div 20^\circ$) математический маятник совершает гармонические колебания. Колебания маятника при больших углах отклонения не являются гармоническими.

При отклонении маятника от положения равновесия на тело действует возвращающая сила, которая является тангенциальной составляющей силы тяжести. Модуль возвращающей силы:

$$|F| = mg \sin \alpha.$$

Период собственных колебаний математического маятника (формула Гюйгенса):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

Циклическая частота собственных колебаний математического маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}.$$

Кинетическая энергия колебаний математического маятника равна

$$E_{\kappa} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}.$$

Максимальное значение кинетической энергии:

$$E_{\kappa \max} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

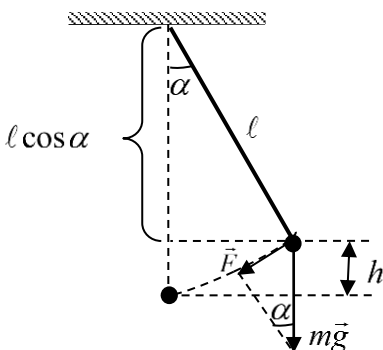


Рис. 1

Потенциальная энергия математического маятника, совершающего гармонические колебания в поле тяготения, равна

$$E_p = mgh = mg\ell(1 - \cos \alpha) = mg\ell \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

При малых углах отклонения, если угол измеряется в радианах, справедливо утверждение:

$$\sin \alpha \approx \alpha.$$

Сам угол в радианах равен отношению длины дуги к радиусу окружности (длине нити ℓ), а длина дуги приблизительно равна смещению x :

$$\alpha \approx \frac{x}{\ell}.$$

Тогда потенциальная энергия равна

$$E_p = \frac{mgx^2}{2\ell} = \frac{mgA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2\ell}.$$

Максимальное значение потенциальной энергии:

$$E_{p \max} = \frac{mgA^2}{2\ell}.$$

Полная энергия колебаний математического маятника равна:

$$E = E_k + E_p.$$

Условие задания

Математический маятник массой $m = 100 \text{ г}$ и длиной ℓ совершает гармонические колебания, описываемые уравнением, приведённым в табл. 1. Используя уравнение гармонического колебания найти:

- 1) амплитуду A ;
- 2) фазу φ ;
- 3) циклическую частоту ω_0 ;

- 4) длину математического маятника ℓ по известной циклической частоте ω_0 (ускорение свободного падения $g = 10 \text{ М/с}^2$);
- 5) частоту ν ;
- 6) период T ;
- 7) значения смещения x в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$, где T – период колебаний математического маятника (численное значение T рассчитывается в п. 6); результаты занести в табл. 2;
- 8) уравнение изменения скорости со временем $v(t)$;
- 9) значение максимальной скорости v_{\max} ;
- 10) значения скорости v в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
- 11) уравнение изменения ускорения со временем $a(t)$;
- 12) значение максимального ускорения a_{\max} ;
- 13) значения ускорения a в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
- 14) кинетическую энергию в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
- 15) максимальное значение кинетической энергии $E_{\kappa \max}$;
- 16) потенциальную энергию в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$;
- 17) максимальное значение потенциальной энергии $E_{\rho \max}$;
- 18) полную механическую энергию E в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$, результаты занести в табл. 2;

19) построить графики зависимости $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$ расположив оси, как показано на рис. 2.

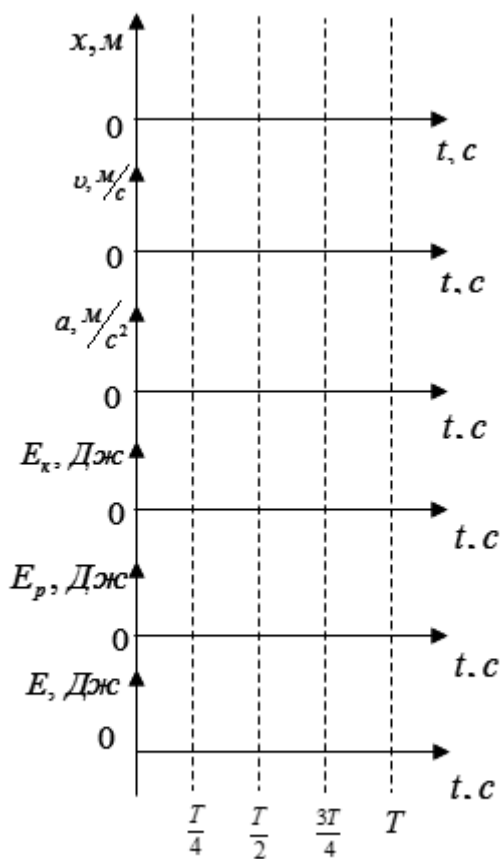


Рис. 2

Таблица 1. Варианты заданий

№	Уравнение колебания	№	Уравнение колебания
1	$x(t) = 0,02 \sin(\pi t), м$	21	$x(t) = 0,03 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right), м$
2	$x(t) = 0,02 \sin(4\pi t), м$	22	$x(t) = 0,01 \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right), м$
3	$x(t) = 0,045 \sin(2\pi t), м$	23	$x(t) = 0,01 \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right), м$
4	$x(t) = 0,01 \sin(4\pi t), м$	24	$x(t) = 0,05 \sin(3\pi t), м$
5	$x(t) = 0,05 \sin(\pi t), м$	25	$x(t) = 0,014 \cos(\pi t), м$
6	$x(t) = 0,03 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right), м$	26	$x(t) = 0,043 \cos(\pi t), м$
7	$x(t) = 0,06 \sin\left(\frac{\pi}{4} t\right), м$	27	$x(t) = 0,06 \sin(2\pi t), м$
8	$x(t) = 0,01 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right), м$	28	$x(t) = 0,015 \cos(\pi t), м$
9	$x(t) = 0,02 \sin(3\pi t), м$	29	$x(t) = 0,042 \cos(4\pi t), м$
10	$x(t) = 0,01 \sin(\pi t), м$	30	$x(t) = 0,05 \cos(2\pi t), м$
11	$x(t) = 0,08 \sin(\pi t), м$	31	$x(t) = 0,01 \sin(3\pi t), м$
12	$x(t) = 0,02 \sin(2\pi t), м$	32	$x(t) = 0,02 \sin(\pi t), м$
13	$x(t) = 0,05 \sin(\pi t), м$	33	$x(t) = 0,03 \sin(\pi t), м$
14	$x(t) = 0,025 \sin(4\pi t), м$	34	$x(t) = 0,04 \sin(2\pi t), м$
15	$x(t) = 0,04 \sin(2\pi t), м$	35	$x(t) = 0,01 \sin\left(\frac{\pi}{2} t\right), м$
16	$x(t) = 0,025 \sin(2\pi t), м$	36	$x(t) = 0,04 \cos\left(\frac{\pi}{4} t\right), м$

17	$x(t) = 0,025 \sin(\pi t), м$	37	$x(t) = 0,03 \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), м$
18	$x(t) = 0,03 \sin(2\pi t), м$	38	$x(t) = 0,01 \sin(3\pi t), м$
19	$x(t) = 0,03 \sin(4\pi t), м$	39	$x(t) = 0,05 \cos(\pi t), м$
20	$x(t) = 0,055 \sin(\pi t), м$	40	$x(t) = 0,03 \cos(\pi t), м$

Таблица 2. Данные для построения графиков $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$x, м$					
$v, м/с$					
$a, м/с^2$					
$E_k, Дж$					
$E_p, Дж$					
$E, Дж$					

Пример выполнения задания 4

Математический маятник массой $m = 100 г$ и длиной ℓ совершает гармонические колебания, описываемые уравнением $x(t) = 0,2 \cos(\pi t), м$.

Дано

$$m = 100 г = 0,1 кг$$

$$g = 10 \frac{м}{с^2}$$

$$x(t) = 0,2 \cos(\pi t), м$$

Решение

По условию математический маятник совершает гармонические косинусоидальные колебания с начальной фазой равной нулю. Общий вид такого колебания:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t).$$

1. Амплитуда $A = 0,2 м$.
2. Фаза $\varphi = \pi t, рад$.

3. Циклическая частота $\omega_0 = \pi, \text{rad}/\text{c}$.

4. Длина математического маятника: т.к. $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \ell = \frac{g}{\omega_0^2}$,

$$\ell = \frac{10}{3,14^2} = 1,014 \text{ м}.$$

5. Частота $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi}$, $\nu = \frac{\pi}{2\pi} = 0,5 \text{ Гц}$.

6. Период $T = \frac{1}{\nu}$, $T = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ с}$.

7. Значения смещения x в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$ (численное значение периода колебаний математического маятника рассчитано в п. 6, $T = 2 \text{ с}$):

при $t = 0$, $x = 0,2 \cos(\pi \cdot 0) = 0,2 \cdot 1 = 0,2 \text{ м}$,

при $t = \frac{T}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ с}$, $x = 0,2 \cos\left(\pi \cdot \frac{1}{2}\right) = 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$,

при $t = \frac{T}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ с}$, $x = 0,2 \cos(\pi \cdot 1) = -0,2 \text{ м}$,

при $t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{3}{2} \text{ с}$, $x = 0,2 \cos\left(\pi \cdot \frac{3}{2}\right) = 0$,

при $t = T = 2 \text{ с}$, $x = 0,2 \cos(2\pi) = 0,2 \text{ м}$.

Результаты занести в табл. 3.

8. Уравнение изменения скорости со временем

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -0,2\pi \sin(\pi t), \text{ м}/\text{с}.$$

9. Значение максимальной скорости $v_{\max} = A\omega_0$,

$$v_{\max} = 0,2 \cdot \pi = 0,2 \cdot 3,14 = 0,628 \text{ м/с}.$$

10. Значения скорости v в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$:

$$\text{при } t = 0, v = -0,628 \sin(\pi \cdot 0) = 0,$$

$$\text{при } t = \frac{T}{4} = \frac{1}{2}c, v = -0,628 \sin\left(\pi \cdot \frac{1}{2}\right) = -0,628 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0,628 \text{ м/с},$$

$$\text{при } t = \frac{T}{2} = 1c, v = -0,628 \sin(\pi \cdot 1) = -0,628 \sin(\pi) = 0,$$

$$\text{при } t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{2}c, v = -0,628 \sin\left(\pi \cdot \frac{3}{2}\right) = -0,628 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0,628 \text{ м/с},$$

$$\text{при } t = T = 2c, v = -0,628 \sin(2\pi) = 0.$$

Результаты занести в табл. 3.

11. Уравнение изменения ускорения со временем $a(t)$:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 0,2\pi^2 \cos(\pi t), \text{ м/с}^2.$$

12. Значение максимального ускорения:

$$a_{\max} = A\omega_0^2, \quad a_{\max} = 0,2\pi^2 = 0,2 \cdot 3,14^2 = 1,97 \text{ м/с}^2.$$

13. Значения ускорения a в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$:

$$\text{при } t = 0, x = 1,97 \cos(\pi \cdot 0) = 1,97 \text{ м/с}^2,$$

$$\text{при } t = \frac{T}{4} = \frac{1}{2}c, x = 1,97 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

при $t = \frac{T}{2} = 1c$, $x = 1,97 \cos(\pi) = -1,97 \text{ м}/c^2$,

при $t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{2}c$, $x = 1,97 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$,

при $t = T = 2c$, $x = 1,97 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot T\right) = 1,97 \text{ м}/c^2$.

Результаты занести в табл. 3.

14. Кинетическая энергия в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$: $E_k = \frac{mv^2}{2}$,

при $t = 0$, $E_k = \frac{0,1 \cdot 0^2}{2} = 0$,

при $t = \frac{T}{4}$, $E_k = \frac{0,1 \cdot (-0,628)^2}{2} = 0,0197 \text{ Дж}$,

при $t = \frac{T}{2}$, $E_k = \frac{0,1 \cdot 0^2}{2} = 0$,

при $t = \frac{3T}{4}$, $E_k = \frac{0,1 \cdot (0,628)^2}{2} = 0,0197 \text{ Дж}$,

при $t = T$, $E_k = \frac{0,1 \cdot 0^2}{2} = 0$.

Результаты занести в табл. 3.

15. Максимальное значение кинетической энергии $E_{k \max} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$,

$E_{k \max} = \frac{0,1 \cdot (0,2)^2 (3,14)^2}{2} = 0,0197 \text{ Дж}$.

16. Потенциальная энергия в моменты времени $t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T$: $E_p = \frac{mgx^2}{2\ell}$

$$\text{при } t = 0, E_p = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot (0,2)^2}{2 \cdot 1,014} = 0,0197 \text{ Дж},$$

$$\text{при } t = \frac{T}{4}, E_p = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 0^2}{2 \cdot 1,014} = 0,$$

$$\text{при } t = \frac{T}{2}, E_p = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot (-0,2)^2}{2 \cdot 1,014} = 0,0197 \text{ Дж},$$

$$\text{при } t = \frac{3T}{4}, E_p = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 0^2}{2 \cdot 1,014} = 0,$$

$$\text{при } t = T, E_p = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot (0,2)^2}{2 \cdot 1,014} = 0,0197 \text{ Дж}.$$

Результаты занести в табл. 3.

$$17. \text{ Максимальное значение потенциальной энергии } E_{p\max} = \frac{mgA^2}{2\ell},$$

$$E_{p\max} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot (0,2)^2}{2 \cdot 1,014} = 0,0197 \text{ Дж}.$$

$$18. \text{ Полная механическая энергия в моменты времени } t = 0, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{3T}{4}, T:$$

$$E = E_k + E_p,$$

$$\text{при } t = 0, E = 0 + 0,0197 = 0,0197 \text{ Дж},$$

$$\text{при } t = \frac{T}{4}, E = 0,0197 + 0 = 0,0197 \text{ Дж},$$

$$\text{при } t = \frac{T}{2}, E = 0 + 0,0197 = 0,0197 \text{ Дж},$$

$$\text{при } t = \frac{3T}{4}, E = 0,0197 + 0 = 0,0197 \text{ Дж},$$

при $t = T$, $E = 0 + 0,0197 = 0,0197$ Дж.

Результаты занести в табл. 3.

Таблица 3. Данные для построения графиков $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$x, м$	0,2	0	-0,2	0	0,2
$v, \frac{м}{с}$	0	-0,2	0	0,2	0
$a, \frac{м}{с^2}$	1,97	0	-1,97	0	1,97
$E_k, Дж$	0	0,0197	0	0,0197	0
$E_p, Дж$	0,0197	0	0,0197	0	0,0197
$E, Дж$	0,0197	0,0197	0,0197	0,0197	0,0197

19. Графики зависимости $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$.

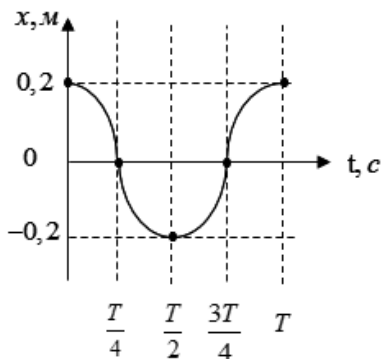


Рис. 3

На рис. 3 приведён пример построения **только** графика зависимости $x(t)$.

Задание 5. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Краткая теория

Идеальным называется газ, который удовлетворяет следующим условиям: молекулы газа можно считать материальными точками; молекулы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии; соударение молекул друг с другом и со стенками сосуда являются абсолютно упругими. Многие реальные газы могут рассматриваться как идеальные при высокой температуре и низком давлении.

Моль – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул и др.) равное числу атомов в 12 г изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$.

Число Авогадро N_A – число атомов или молекул, содержащихся в одном моле любого вещества, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Молярная масса – это масса одного моля вещества:

$$M = m_0 \cdot N_A,$$

где m_0 – масса одной молекулы; $[M] = 1 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Число молей вещества – масса вещества, деленная на молярную массу:

$$\nu = \frac{m}{M}, \quad [\nu] = 1 \text{ моль}.$$

Концентрация молекул – число частиц в единице объема:

$$n = \frac{N}{V}, \quad [n] = 1 \text{ м}^{-3}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул газа:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + \dots + v_N^2}{N}}, \quad \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad [\langle v_{\text{кв}} \rangle] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана; T – температура газа, $[T] = 1 \text{ К}$.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\kappa\beta} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT, \quad [\langle \varepsilon_0 \rangle] = 1 \text{ Дж},$$

Плотность вещества – физическая величина, численно равная отношению массы вещества, заключенного в некотором объеме, к величине этого объема:

$$\rho = \frac{m}{V} = n \cdot m_0, \quad [\rho] = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами – давлением p , объемом V , температурой T .

Уравнение, связывающее параметры состояния идеального газа, называется уравнением состояния идеального газа или уравнением Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = \text{const}.$$

Уравнение состояния идеального газа произвольной массы (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная (молярная) газовая постоянная.

Уравнение состояния можно записать в другом виде:

$$p = nkT.$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа (разные варианты записи):

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_0 \rangle;$$

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\kappa\beta} \rangle^2;$$

$$p = \frac{1}{3} \rho \langle v_{\kappa\beta} \rangle^2.$$

Условие задания

Идеальный газ массой m , плотность которого ρ , а молярная масса M [2], находится в закрытом сосуде объёмом V . Температура газа T . Используя численные значения величин, заданные для каждого варианта в табл. 1, найти:

- 1) число молей вещества ν ;
- 2) объём газа V ;
- 3) массу одной молекулы газа m_0 ;
- 4) концентрацию молекул n ;
- 5) число молекул газа в объеме N ;
- 6) давление газа p ;
- 7) среднюю квадратичную скорость молекул газа $\langle v_{кв} \rangle$;
- 8) среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы $\langle \varepsilon_0 \rangle$.

Таблица 1. Варианты заданий

№	Газ	$M, \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$	$m, \text{кг}$	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$T, \text{К}$
1	Кислород O_2	0,032	0,05	1,43	393
2	Азот N_2	0,028	0,06	1,25	394
3	Аммиак NH_3	0,017	0,07	0,77	450
4	Аргон Ar	0,040	0,08	1,78	396
5	Водород H_2	0,002	0,09	0,09	397
6	Гелий He	0,004	0,05	0,18	398
7	Закись азота N_2O	0,044	0,06	1,98	399
8	Углекислый газ CO_2	0,044	0,07	1,98	370
9	Окись азота NO	0,030	0,08	1,34	330
10	Окись углерода CO	0,028	0,09	1,25	320
11	Фреон-11 CF_3Cl	0,137	0,05	6,13	510
12	Фреон-12 CF_2Cl_2	0,121	0,06	5,51	380

13	Фреон-13 $CFCl_3$	0,114	0,07	5,11	370
14	Фтор F_2	0,038	0,06	1,70	306
15	Криптон Kr	0,084	0,09	3,74	309
16	Кислород O_2	0,032	0,07	1,43	405
17	Азот N_2	0,028	0,05	1,25	402
18	Аммиак NH_3	0,017	0,06	0,77	457
19	Аргон Ar	0,040	0,04	1,78	398
20	Водород H_2	0,002	0,08	0,09	418
21	Гелий He	0,004	0,09	0,18	419
22	Закись азота N_2O	0,044	0,07	1,98	412
23	Углекислый газ CO_2	0,044	0,06	1,98	380
24	Окись азота NO	0,030	0,05	1,34	340
25	Окись углерода CO	0,028	0,07	1,25	330
26	Фреон-11 CF_3Cl	0,137	0,06	6,13	518
27	Фреон-12 CF_2Cl_2	0,121	0,07	5,51	390
28	Фреон-13 $CFCl_3$	0,114	0,08	5,11	388
29	Фтор F_2	0,038	0,08	1,70	309
30	Криптон Kr	0,084	0,10	3,74	313
31	Хлор Cl	0,084	0,09	3,22	350
32	Кислород O_2	0,032	0,07	1,43	400
33	Азот N_2	0,028	0,05	1,25	390
34	Аммиак NH_3	0,017	0,06	0,77	450
35	Аргон Ar	0,040	0,04	1,78	390
36	Водород H_2	0,002	0,08	0,09	420
37	Гелий He	0,004	0,09	0,18	420
39	Закись азота N_2O	0,044	0,07	1,98	410
39	Углекислый газ CO_2	0,044	0,06	1,98	385
40	Окись азота NO	0,030	0,05	1,34	330

Пример выполнения задания 5

Дано
Xe – ксенон

$$m = 0,35 \text{ кг}$$

$$M = 0,131 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$\rho = 5,89 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$T = 350 \text{ К}$$

$$\nu, \rho, m_0, n, N, p$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle, \langle \varepsilon_0 \rangle - ?$$

1. Число молей вещества:

$$\nu = \frac{m}{M}, \quad \nu = \frac{0,35}{0,131} = 2,67 \text{ моль}.$$

2. Объем газа $V = \frac{m}{\rho}, \quad V = \frac{0,35}{5,89} = 0,059 \text{ м}^3.$

3. Т.к. молярная масса $M = m_0 \cdot N_A$, то масса

одной молекулы $m_0 = \frac{M}{N_A},$

$$m_0 = \frac{0,131}{6,022 \cdot 10^{23}} = 2,18 \cdot 10^{-25} \text{ кг}.$$

4. Т.к. плотность газа $\rho = n \cdot m_0$, то концентрация молекул $n = \frac{\rho}{m_0},$

$$n = \frac{5,89}{2,18 \cdot 10^{-25}} = 2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

5. Число молекул газа в объеме $N = n \cdot V,$

$$N = 2,7 \cdot 10^{25} \cdot 0,059 = 1,59 \cdot 10^{24}.$$

6. Давление газа $p = nkT, \quad p = 2,7 \cdot 10^{25} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 130410 \text{ Па}.$

7. Средняя квадратичная скорость молекул газа $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350}{2,18 \cdot 10^{-25}}} = 257,81 \text{ м/с}.$$

8. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad \langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 7,25 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Задание 6. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Краткая теория

Электрический заряд q – количественная мера электромагнитного взаимодействия тел, $[q] = 1 \text{ Кл}$ (кулон).

Электрическое поле – это форма материи, окружающая электрические заряды и переменные магнитные поля. Электрическое поле, созданное неподвижным зарядом, называется электростатическим.

Основной силовой характеристикой электростатического поля является его напряженность.

Напряженностью электрического поля, называется векторная величина, численно равная силе, действующей на помещенный в данную точку поля единичный положительный заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad [E] = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

Электрические поля изображают с помощью линий напряжённости.

Линией напряженности (или силовой линией) электрического поля называют линию, касательная к которой в любой её точке совпадает с направлением вектора напряженности. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах; нигде не пересекаются; в любой точке поля плотность линий напряженности равна модулю напряженности поля в этой точке.

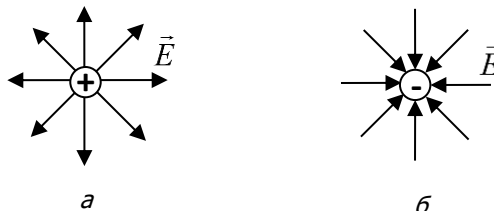


Рис. 1

На рис. 1 приведены примеры изображения электрических полей точечного положительного заряда (рис. 1а) и точечного отрицательного заряда (рис. 1б) с помощью линий напряжённости.

Напряжённость поля точечного заряда:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot r^2},$$

где Q – заряд, создающий поле; r – расстояние от заряда до точки пространства, в которой рассчитывается напряжённость электрического поля; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды – величина, показывающая, во сколько раз напряжённость электрического поля в вакууме больше напряжённости этого же поля в данной среде, $\epsilon = \frac{E_0}{E}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$ – электрическая постоянная.

Принцип суперпозиции полей: если электрическое поле создается несколькими точечными зарядами, то напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности,

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i.$$

Потенциал поля в данной точке – скалярная физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд в данной точке поля,

$$\varphi = \frac{W_n}{q}, \quad [\varphi] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = 1 \text{В}.$$

Потенциал – энергетическая характеристика поля.

Потенциал в некоторой точке поля, созданного системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных каждым зарядом в отдельности,

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i.$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Условие задания

Три точечных неподвижных заряда, модули которых равны $|q_1| = |q_2| = |q_3| = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$, расположены в вакууме ($\varepsilon = 1$) на одной прямой (рис. 2). Расстояния $AB = BC = 10 \text{ см}$.

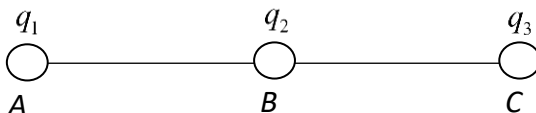


Рис. 2

Найти в точке M , расположенной на прямой AC справа от точки A ,

- направление и модуль вектора напряжённости результирующего электрического поля в точке M ,
- потенциал результирующего электрического поля в точке M .

Таблица 1. Варианты заданий

№	q_1	q_2	q_3	$AM, \text{ см}$	№	q_1	q_2	q_3	$AM, \text{ см}$
1	+	+	+	2	21	-	+	+	12
2	+	+	-	2	22	-	+	-	14
3	+	-	-	4	23	+	-	+	14
4	-	-	-	4	24	+	+	+	3
5	-	-	+	6	25	+	+	-	3
6	-	+	+	6	26	+	-	-	5
7	-	+	-	8	27	-	-	-	5
8	+	-	+	8	28	-	-	+	7
9	+	+	+	12	29	-	+	+	7
10	+	+	-	12	30	-	+	-	7
11	+	-	-	14	31	+	+	+	12
12	-	-	-	14	32	+	+	-	14
13	-	-	+	16	33	+	-	-	14
14	-	+	+	16	34	-	-	-	3
15	-	+	-	16	35	-	-	+	3
16	+	+	+	18	36	-	+	+	5
17	+	+	-	18	37	-	+	-	5
18	+	-	-	22	38	+	-	+	7
19	-	-	-	22	39	+	+	+	7
20	-	-	+	12	40	+	+	-	7

Пример выполнения задания 6

Два точечные неподвижные положительные заряда $q_1 = q_2 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$



Рис. 3

расположены в вакууме ($\varepsilon = 1$) на расстоянии $AC = 8 \text{ см}$ (рис. 3). Найти напряжённость и потенциал результирующего электрического поля, создаваемого этими зарядами в точке M , расположенной на прямой AC справа от точки A , $AM = 10 \text{ см}$. Электрическая

постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$.

$$q_1 = q_2 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$$

$$AC = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$AM = 10 \text{ см} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$$

$$\vec{E} = ?$$

$$\varphi = ?$$

Решение

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, напряжённость результирующего поля в точке M равна векторной сумме напряжённостей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности (рис. 4):

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

В скалярном виде,

$$E = E_1 + E_2.$$

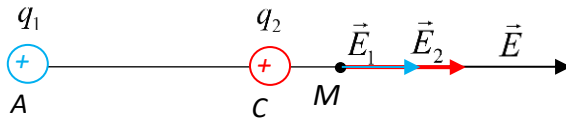


Рис. 4

Напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом, определяется по формуле:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot r^2}.$$

Для заряда q_1

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot AM^2}.$$

Для заряда q_2

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot CM^2}.$$

Внимание! $\vec{E}_1 < \vec{E}_2$, т. к. $q_1 = q_2$ и $AM > CM$. Это должно быть видно на рисунке.

Напряжённость результирующего поля в точке M

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{AM^2} + \frac{q_2}{CM^2} \right).$$

Вычисления:

$$E = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left(\frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{10^2 \cdot 10^{-4}} + \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{2^2 \cdot 10^{-4}} \right) = 210 \frac{H}{Kл}.$$

Потенциал результирующего поля в точке M равен сумме потенциалов полей зарядов q_1 и q_2 ; т.к. оба заряда положительные,

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Для заряда q_1 ,

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot AM}.$$

Для заряда q_2 ,

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot CM}.$$

Потенциал результирующего поля в точке M ,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{AM} + \frac{q_2}{CM} \right).$$

Вычисления:

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \left(\frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{10 \cdot 10^{-2}} + \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-2}} \right) = 4,8 \text{ В}.$$

Ответ: $E = 210 \frac{\text{В}}{\text{Кл}}, \varphi = 4,8 \text{ В}.$



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)**

Факультет Авиастроение

Кафедра Техническая эксплуатация летательных аппаратов
и наземного оборудования

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Дисциплина ФИЗИКА

Направление подготовки 25.03.01 Техническая эксплуатация
летательных аппаратов и двигателей

Профиль Инженерно-техническое обеспечение полетов
летательных аппаратов

Уровень образования: ВО-Бакалавры

Номер зачетной книжки _____

Номер варианта _____

Группа: АВЗТ _____

Обучающийся _____

подпись,

И.О. Фамилия

«__» _____ 202__ г.

КР проверила, доцент _____

Т.С.Беликова

«__» _____ 202__ г.

Ростов-на-Дону

Литература

1. В.А. Никеров, «Физика. Современный курс», – М: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2019 г.
2. Инженерный справочник dpva.ru, «Молярные массы газов»,
<https://dpva.ru/Guide/GuidePhysics/GasesGeneralProperties/MoleGasMass/>